

GUÍA DE ESTUDIOS DEL COMPONENTE BÁSICO DEL MARCO CURRICULAR COMÚN DE LA EDUCACIÓN

MEDIA SUPERIOR

CAMPO DISCIPLINAR DE MATEMÁTICAS

BACHILLERATO TECNOLÓGICO

ASIGNATURA: **Geometría y trigonometría**

Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico.

Año 2021

Guía de aprendizajes esenciales

Esta guía contienen los ejercicios de los aprendizajes mínimos necesarios para que las y los estudiantes recuperen los saberes indispensables, así como, el desarrollo de las competencias matemáticas, cuya utilidad se verá reflejada, no sólo en el contexto académico, sino en cualquier ámbito de su vida cotidiana.

CETIS 153 “Miguel Hidalgo y Costilla”

Nombre del Alumno _____ Grado y Grupo _____

Nombre del profesor que impartió la asignatura _____

Razones entre los lados de un triángulo rectángulo y sus denominaciones

Dibuja en tu cuaderno a mano o laptop utilizando Geogebra, los triángulos rectángulos cuyas medidas se dan a continuación.

Triángulo 1: Catetos: $a=5$ y $b=10$ cm

Triángulo 2: Catetos: $a=6$ y $b=12$ cm

Triángulo 3: Catetos: $a=8$ y $b=16$ cm.

Con la información dada, calcule las cantidades que se piden para cada triángulo recordando los elementos de un triángulo rectángulo y las relaciones entre sus lados. Después de llenar la tabla, compruebe el valor de c , la hipotenusa, midiéndola en su dibujo o con la herramienta de Geogebra.

No. de triángulo	a	b	c	a/b	a/c	b/c
Triángulo 1						
Triángulo 2						
Triángulo 3						

Ahora, considera los triángulos anteriores y tome como referencia el ángulo B que forma la hipotenusa con el cateto menor, para llenar la siguiente tabla con los valores de todas las posibles razones que se pueden formar con los lados de cualquier triángulo rectángulo.

No. de triángulo	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$
Triangulo 1						
Triangulo 2						
Triangulo 3						

Llena la tabla siguiente, para las mismas razones, pero ahora tomando como referencia el ángulo A, formado por el cateto mayor y la hipotenusa.

No. de triángulo	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$
Triangulo 1						
Triangulo 2						
Triangulo 3						

Investiga el nombre que identifica cada una de las seis razones dadas en las tablas anteriores.

_____, _____, _____, _____, _____ y _____

¿Qué relación encuentras entre los valores de las razones de los lados, para cada uno de los triángulos?

¿Cómo son los triángulos entre sí?

¿Cómo puedes calcular la medida del ángulo, cuando conoces sus razones trigonométricas?

Calcula la medida del ángulo A y B de los triángulos usando el seno, coseno y tangente.

Dibuja los tres triángulos de manera que queden los más pequeños dentro de los más grandes.

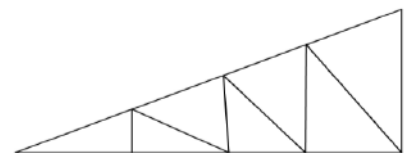
Dibuja otros tres triángulos semejantes a los anteriores, dentro del mismo dibujo, es decir, que todos tengan un ángulo en común y determina mediante medición, los valores que se piden en la siguiente tabla. Toma los nombres de los lados de los nuevos triángulos iguales a los correspondientes a los triángulos dados al inicio de la actividad.

No. de triángulo.	a	b	c	a/b	a/c	b/c
Triángulo 1						
Triángulo 2						
Triángulo 3						

Con la información dada en la tabla, calcula la información faltante:

No. de triángulo.	a	b	c	a/b	a/c	b/c	A
Triángulo 1	6	14					
Triángulo 2	8			1/2			
Triángulo 3			30				50°
Triángulo 4		12	20				

Se desea construir un plano inclinado de madera, para subir carretillas con mezcla de cemento hasta una altura de 1.5 metros. La distancia horizontal desde donde empieza a elevarse hasta la parte más alta es de 4 metros y el ancho es de 1 metro. La superficie de rodadura del plano será una plancha de triplay de $\frac{3}{4}$ de grosor. Las partes laterales del plano y el plano de rodado se harán con barros de madera de 2x2 pulgadas. Como refuerzos del marco del plano se colocarán barros de la misma medida como soportes verticales y horizontales cada medio metro y transversales como se muestra en la figura. (La figura 1.4 solo muestra las posiciones de los barros no la cantidad de estos)

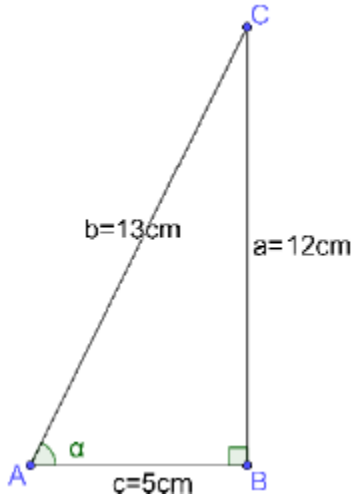


- Calcular el ángulo de inclinación del plano inclinado o rampa
- Calcular la cantidad de madera necesaria para hacer cada cara lateral del plano.
- Calcular la superficie de rodadura del plano.

d) Calcular el costo de la madera necesaria para hacer la rampa. El costo de la madera es de 15 pesos / pie cúbico.

Completa los elementos solicitados en los siguientes triángulos rectángulos:

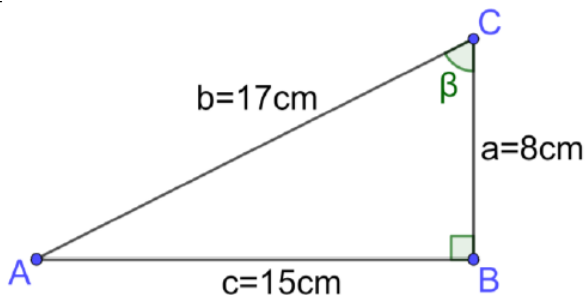
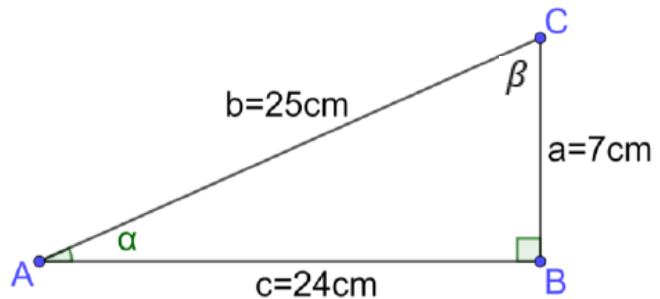
Tomando como referencia el ángulo α , calcula las siguientes relaciones:



$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cos } \alpha &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{tan } \alpha &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cot } \alpha &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{sec } \alpha &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{csc } \alpha &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Tomando como referencia el ángulo β , calcula las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \text{sen } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cos } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{tan } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cot } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{sec } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{csc } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$



Tomando como referencia el ángulo β , calcula las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \text{sen } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cos } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{tan } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cot } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{sec } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{csc } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Haz un boceto de un triángulo con las siguientes medidas:

Cateto $a = 33\text{mm}$; Hipotenusa $= 65\text{mm}$; Cateto $b = 56\text{mm}$.

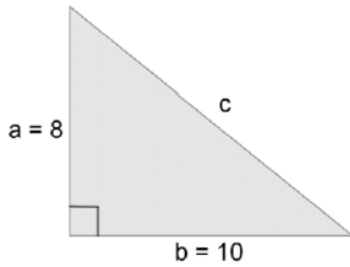
Tomando como referencia el ángulo formado por la unión del cateto b y la hipotenusa, calcula:

$$\begin{aligned} \text{sen } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cos } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{tan } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{cot } \beta &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

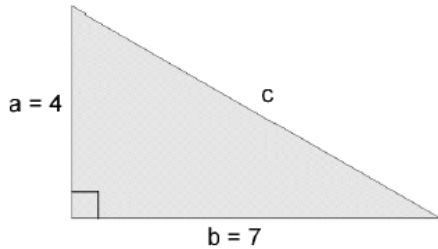
$$\sec \beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\csc \beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

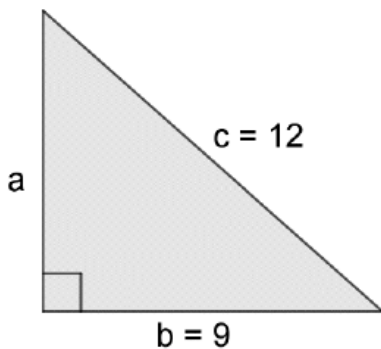
Resolución de triángulos rectángulos



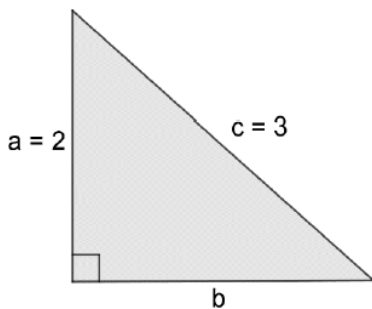
Determina el valor de c



Determina el valor de c



Determina el valor de a

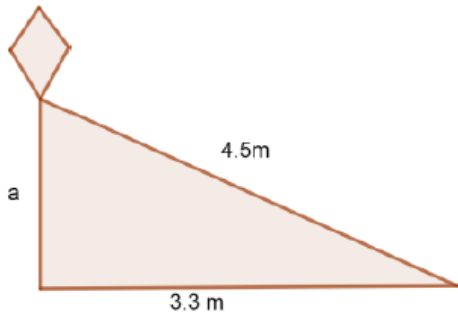
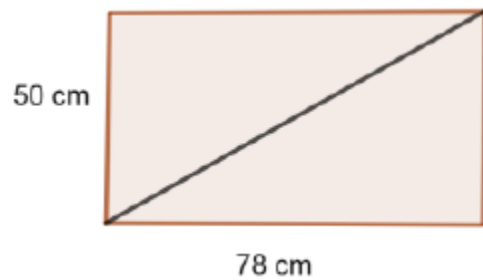


Determina el valor de b

Queremos fijar un poste de 3.5 m de altura a una estaca que se encuentra a 2 m de distancia, con un tirante que se extiende desde el extremo superior del poste hasta la estaca. ¿Cuántos metros de cable utilizaremos?

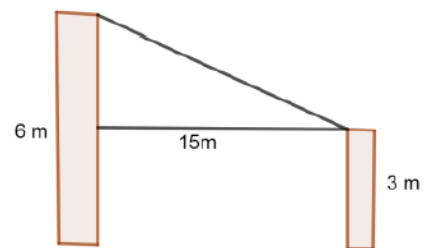
Se desea saber a qué distancia de la pared se debe colocar el pie de una escalera, para que ésta que mide 3.8 m llegue al extremo superior de la pared que mide 3.2 m.

La medida de un televisor se determina mediante la diagonal de su pantalla. Si la pantalla de un televisor mide aproximadamente 50 cm de alto y 78 cm de largo, ¿De cuántas pulgadas es este televisor?
(2.54 cm = 1 pulgada)



¿A qué altura volamos un papalote si nuestro hilo con el que lo sujetamos mide 4.5 m y nos encontramos a 3.3 m de distancia de él?

En un centro recreativo desean colocar una tirolesa, para lo cual desean saber cuánto cable necesitan comprar; desde la torre de salida hasta la torre de llegada hay 15 m de distancia y cada torre tiene 6 m y 3 m respectivamente.



En la escuela a la que asistes es necesario anclar la asta bandera al piso, ya que los aires generados por la lluvia en verano pueden tirarla. La asta bandera tiene las siguientes dimensiones: Una altura de 6.5 m (c). El espacio con que se cuenta para anclarlo (a) tiene una dimensión de 8 m. ¿Cuánto debe medir el tirante de anclaje (b)?

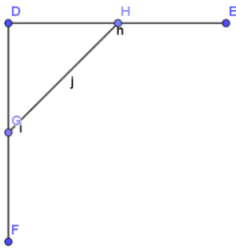
Afuera de tu casa hay un árbol, del cual quieres obtener su altura, éste tiene un tirante para evitar su deformación, por lo tanto, conoces los siguientes datos:

Distancia del tirante: 4.2 mts

Distancia del anclaje del tirante a la punta del árbol: 3.5 mts.

¿Cuál es la altura del árbol?

Tienes tres lugares frecuentes en tu rutina diaria: tu casa (punto C); tu escuela (punto A); y tus clases de inglés (punto B). Conoces que la distancia que hay desde tu casa hasta tus clases de inglés es de 2.5 km y la distancia que hay desde tus clases de inglés hasta tu escuela es de 1.8 km. Con estos datos, ¿Calcula la distancia que existe entre tu casa y tu escuela?

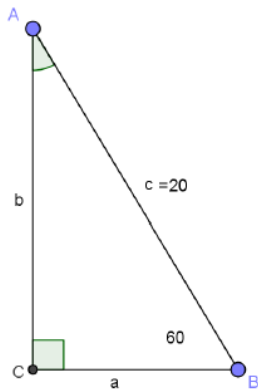


En la cocina de tu casa, tu mamá te ha encargado instalar una repisa usando una tabla de 30 cm x 80 cm, dos soportes tipo escuadra de 27cm x 27 cm de cada lado. Cuando revisas los soportes, te das cuenta de que hay que agregar con un pedazo de madera a cada uno de ellos (segmento j). El pequeño pedazo de madera corre a ambos lados del soporte y se une en el punto medio de cada lado como se muestra en la siguiente figura: ¿Cuál es la dimensión del segmento “ j ” de acuerdo con los datos presentados?

En la siguiente fotografía se desea conocer la altura de la azotea de la habitación al piso del jardín, como no se tiene cinta métrica, se hace uso de una escalera de aluminio de 3 metros de largo y cuyos peldaños tienen una separación de 30 centímetros (según indica su etiqueta). Al colocar la escalera de manera que su extremo superior queda al ras de la azotea, la separación que existe desde la base de la escalera hasta la base de la pared de la habitación mide 414 veces la distancia entre los peldaños. Determina la distancia en metros, entre la azotea y el piso del jardín.

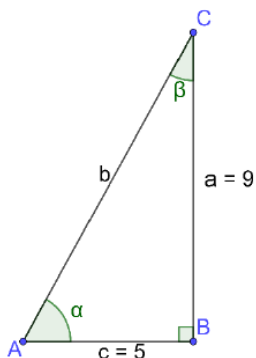
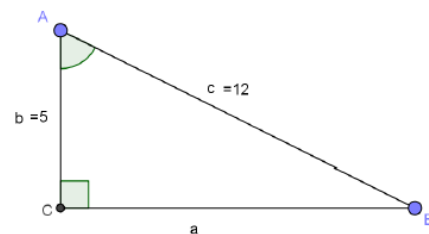


Uso de las razones trigonométricas y sus inversas en la solución de problemas



Considera el triángulo de la figura donde se conoce el ángulo $B=60$ grados y la hipotenusa $c=20$ unidades. Calcular el cateto a .

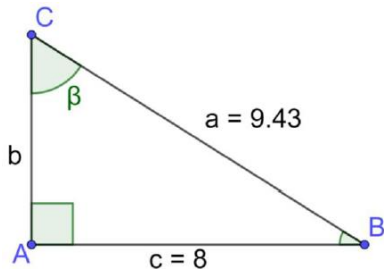
En este triángulo se proporcionan dos lados del triángulo. Aprovechando esa información, calcular el ángulo A.



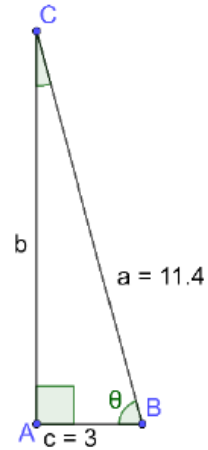
Del siguiente triángulo encuentra:

- 1) La medida de $\angle \alpha$
- 2) La medida de $\angle \beta$

¿Cuál es la medida del ángulo β ?

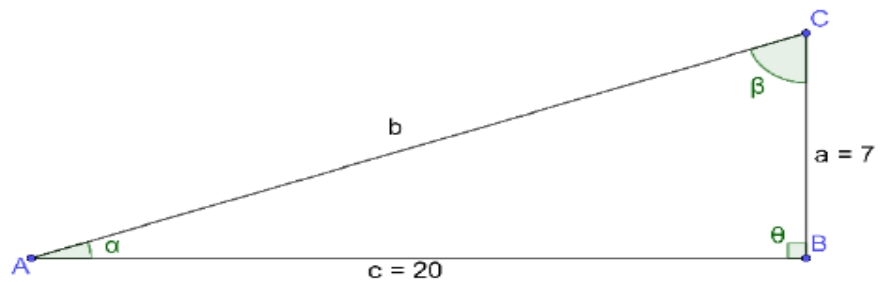


¿Cuál es la medida del ángulo θ ?



Del siguiente triángulo encuentra:

- 1) $\angle \alpha =$ 2) $\angle \beta =$ 3) $\angle \theta =$



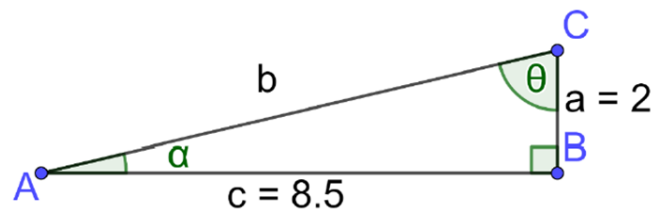
Se sabe que $\text{Sen}\theta = 0.85$, encuentra la medida del ángulo θ .

Se conoce que $\text{Cos}\theta = 0.5$, encuentra la medida del ángulo θ .

Se sabe que la $\text{Tan}\theta = 1$, encuentra la medida del ángulo θ .

De un triángulo rectángulo se conoce la medida de los catetos. El cateto más pequeño mide 3cm y el más grande mide 4cm. Calcula las medidas de los tres ángulos.

Encuentra la medida del ángulo θ de la siguiente figura:



Contesta cada inciso solicitado con la siguiente figura:

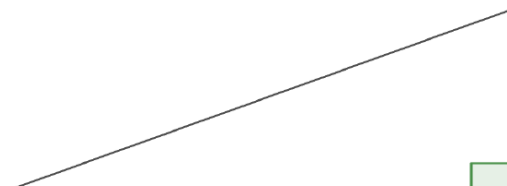
a) Escribe sobre el triángulo las siguientes medidas:

Para el cateto más pequeño: 6cm

Para el cateto más grande: 11cm

b) Calcula la hipotenusa del triángulo:

c) Calcula los tres ángulos de la figura:



Considera las siguientes medidas del triángulo:

$$a = 34\text{cm}$$

$$b = 27\text{cm}$$

Calcula lo siguiente:

Calcula lo siguiente:

¿Cuál es la medida del cateto faltante?

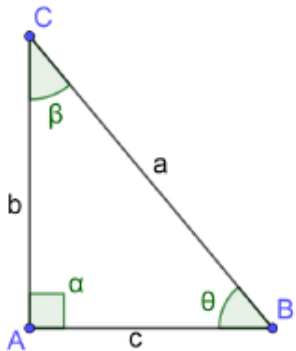
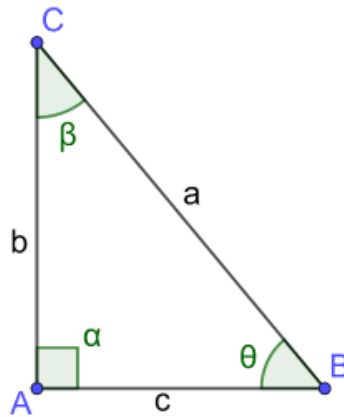
¿Cuál es la medida del $\angle\alpha$?

¿Cuál es la medida del $\angle\beta$?

¿Cuál es la medida del $\angle\theta$?

¿Cuánto es el $\text{Cos } \beta$?

¿Cuánto es el $\text{Sen } \theta$?



Considera las siguientes medidas del triángulo:

$$b = 21\text{cm}$$

$$c = 20\text{cm}$$

Calcula lo siguiente:

¿Cuál es la medida de la hipotenusa?

¿Cuál es la medida del $\angle\alpha$?

¿Cuál es la medida del $\angle\beta$?

¿Cuál es la medida del $\angle\theta$?

¿Cuánto es la $\text{Tan } \beta$?

¿Cuánto es el $\text{Sen } \theta$?

Identidades básicas a partir de las razones trigonométricas

Utiliza las identidades para calcular los siguientes valores de funciones trigonométricas de ángulos medidos en grados:

- a) $\sec 20^\circ$ b) $\cot 70^\circ$ d) $\csc 75^\circ$ e) $\sec 50^\circ$

Considera las razones equivalentes al seno A y coseno A dadas en las definiciones y efectúa las siguientes divisiones:

$$\frac{\text{sen } A}{\text{cos } A} \text{ y } \frac{\text{cos } A}{\text{sen } A}$$

A partir de los resultados de las divisiones anteriores establece las identidades resultantes.

Utiliza las identidades anteriores para calcular lo que se te solicita a continuación:

a) $\cot 40^\circ$

b) Si el seno $\Theta = 0.7420$, ¿cuál es el $\text{Csc } \Theta = ?$

c) Si $\tan \Theta = 2$, ¿cuál es el $\text{Cot } \Theta = ?$

d) Si $\tan \Theta = 8$, ¿cuál es el $\text{Sen } \Theta = ?$

Utilizando las identidades tratadas hasta aquí y para cada una de las siguientes igualdades, simplifique ambos miembros hasta que solo queden las funciones seno y coseno en cada expresión sin posibilidad de hacer más operaciones.

$$a) \csc \theta \cdot \cos \theta = \cot \theta$$

$$b) \csc \theta \cdot \tan \theta = \sec \theta$$

$$c) \cos \theta (\tan \theta + \cot \theta) = \csc \theta$$

$$d) \sec \theta - \tan \theta = \frac{\cos \theta}{1 + \operatorname{sen} \theta}$$

$$e) \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \tan \theta + \sec \theta$$

$$f) \frac{\sec 2\theta - \tan 2\theta + \tan \theta}{\sec \theta} = \operatorname{sen} \theta + \cos \theta$$

En las ecuaciones simplificadas del ejercicio anterior, sustituya un valor para el ángulo θ y calcule el valor de cada lado de la igualdad. Las igualdades mostradas, ¿Son identidades o son ecuaciones?

Considere el ángulo en posición normal $\theta = 315^\circ$.

a) ¿En qué cuadrante queda su lado terminal?

b) ¿Cuál es la medida de su ángulo auxiliar?

c) ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde toca al círculo unitario?

d) ¿Cuáles serían las coordenadas del punto donde su lado terminal toca a un círculo con centro en el origen de $r=8$?

e) ¿Cuál es la medida de un ángulo negativo coterminal al ángulo dado?

En el sistema de coordenadas rectangulares represente los siguientes ángulos y sus respectivos ángulos auxiliares: Utilice un sistema para cada ángulo y su ángulo auxiliar:

1) 130°

2) 250°

3) -20°

4) 320°

5) 500°

6) -460° .

Para cada uno de los ángulos anteriores y sus ángulos auxiliares, Calcule las funciones trigonométricas Seno, coseno y Tangente.

Considere que x , y son las coordenadas de puntos que forman parte de una circunferencia de radio 1 y además son puntos del lado terminal del ángulo θ en posición estándar. Completa la información faltante en la tabla que se muestra a continuación.

x	y	Sen	Cos	Tan	θ (grados)	θ (radianes)
$\frac{2}{5}$						
	$\frac{3}{4}$					
		$\frac{\sqrt{2}}{2}$				
			$-\frac{1}{2}$			
$-\frac{3}{5}$						
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$					
$\frac{2}{3}$	$-\frac{\sqrt{5}}{3}$					

Debido a la cuarentena por la Pandemia de Coronavirus, un alumno del CETis 128, de Nogales Sonora se encuentra aburrido. Melancólicamente da vuelta a la llanta de su bicicleta, la cual tiene un radio de 14 pulgadas. Se imagina yendo raudo y veloz a la tienda de Toño, entre otras cosas. Al verlo sin ocupación, sus padres solicitan al maestro de Matemáticas, por medio del WhatsApp, que le envíe algún problema para que el pobre muchacho no caiga en depresión.

Aquí están algunos problemas que le envió el profesor:

- Si la tienda de Toño está a 300 metros de distancia y en tu bicicleta puedes viajar a 40 km/h.
 - ¿Cuánto tardarás en hacer el viaje de ida y vuelta a la tienda?
 - ¿Cuántas vueltas dará cada una de las llantas para hacer el viaje?
 - ¿Cuál sería la medida del ángulo auxiliar α correspondiente al ángulo θ barrido por la llanta?
 - Si antes de empezar el viaje, te aseguras de que el pivote de la llanta está en la posición del lado positivo del eje X, considerando que el eje o centro de la llanta está en el origen del sistema de coordenadas, ¿a qué altura del piso queda el pivote cuando terminas el viaje a la tienda?

Signos de las funciones trigonométricas en los cuadrantes del sistema de coordenadas rectangulares

Coloca el signo de las coordenadas en x y y en los cuadrantes, utiliza las identidades, a partir de los signos anteriores puedes encontrar los signos de todas las funciones.

Cuadrante	sen θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	cosec θ
I						
II						
III						
IV						

Para repasar <https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-coord-plane/coordinate-plane-4-quad/v/plot-ordered-pairs>

Completa los siguientes enunciados:

1. La función seno solo es _____ en los cuadrantes _____, en los demás cuadrantes es _____.
2. La función _____ solo es positiva en los cuadrantes _____, y negativa en los cuadrantes _____.
3. La función tangente solo es _____ en los cuadrantes _____, en los demás cuadrantes es _____.
4. La función cotangente solo es positiva en los cuadrantes _____ y negativa en los cuadrantes _____.
5. La función secante solo es positiva en los cuadrantes _____ y negativa en los cuadrantes _____.
6. La función cosecante solo es positiva en los cuadrantes _____ y negativa en los cuadrantes _____.

Llena la siguiente tabla, indicando el signo de las funciones trigonométrica de los ángulos indicados.

Ángulo	sen θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
60°						
110°						
205°						
325°						

Indica si son correctos los **signos** de las siguientes funciones:

1) $\text{Sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$

2) $\text{Cos } 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $\text{Tan } 60^\circ = \sqrt{3}$

4) $\text{Sec } 240^\circ = -2$

5) $\text{Cos } 225^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

6) $\text{Cot } 210^\circ = \sqrt{3}$

7) $\text{Csc } 135^\circ = -\sqrt{2}$

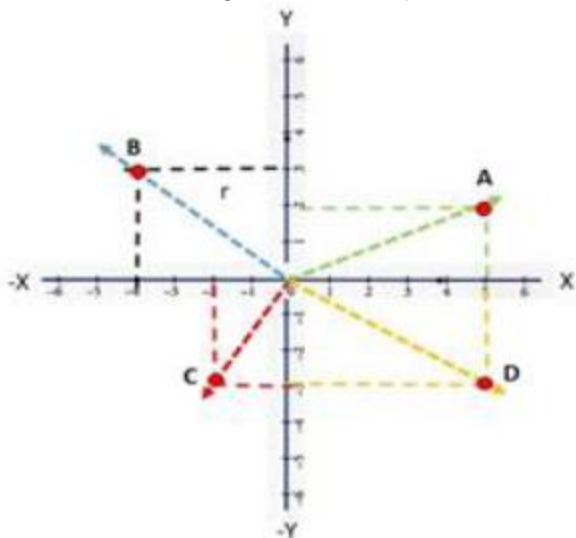
8) $\text{Cos } 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

9) $\text{Tan } 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

10) $\text{Sec } 300^\circ = -2$

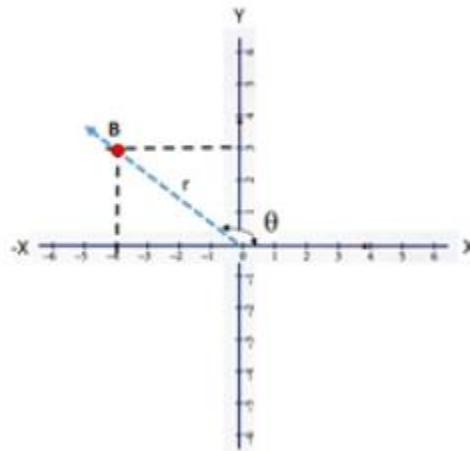
Grafica los siguientes puntos: Calcula el valor de las relaciones trigonométricas para cada uno de ellos e indica los signos correspondientes. A (3,1), B (2,3), C (-2,-4), D (4,4)

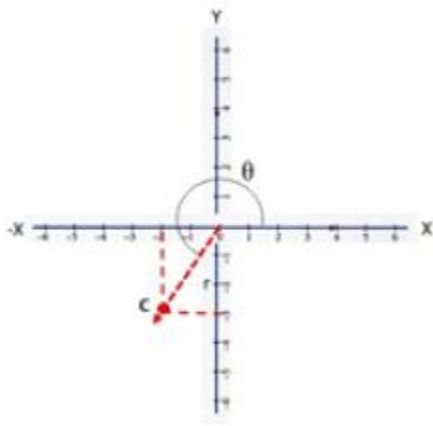
El punto (-8,5) está sobre el lado terminal de un ángulo θ , en posición normal. Determina el valor y los signos de las funciones trigonométricas para dicho ángulo.



Observa el plano y realiza lo que se te indica:
1) Localiza las coordenadas de los puntos A, B, C, y D y calcula las medidas de los ángulos α y θ

El Punto B, está sobre el lado terminal del ángulo θ en posición normal. Determina el valor y los signos de las funciones trigonométricas de θ . También determina la medida de θ y α .





El punto C está en el lado terminal del ángulo θ en posición normal. Determina el valor y los signos de las funciones trigonométricas de θ . y escribe la medida de dos ángulos coterminales de θ , uno positivo y otro negativo.

Hallar el $\text{sen } \theta$, si $\text{cos } \theta = - (4/5)$ y $\text{tan } \theta$ es positivo.

Identidades pitagóricas y entre las funciones en los diferentes cuadrantes

	I cuadrante	II cuadrante	III cuadrante	iv cuadrante
seno	$\text{sen } \theta = \text{sen } \alpha$	$\text{sen } \theta = \text{sen } (180 - \alpha)$ $\text{sen } \theta = \text{sen } \alpha$	$\text{sen } \theta = \text{sen } (180 + \alpha)$ $\text{sen } \theta = -\text{sen } \alpha$	$\text{sen } \theta = \text{sen } (360 - \alpha)$ $\text{sen } \theta = -\text{sen } \alpha$
coseno	$\text{cos } \theta = \text{cos } \alpha$	$\text{cos } \theta = -\text{cos } \alpha$	$\text{cos } \theta = -\text{cos } \alpha$	$\text{cos } \theta = \text{cos } \alpha$

Para consultar <https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-trig-functions/alg-pythagorean-identity/a/pythagorean-identity-review>

El valor del seno de un ángulo es - 0.8450. Utilizando las identidades trigonométricas conocidas hasta aquí, calcula el valor del coseno y la tangente del ángulo y dos posibles medidas de dicho ángulo

Un punto sobre una circunferencia de radio 6 y centro en el origen tiene coordenada $x = - 3.5$, Calcula las otras posibles coordenadas del punto y las medidas de θ y α .

Demuestra que la identidad pitagórica $\text{tan}^2 \theta + 1 = \text{sec}^2 \theta$, con base en el teorema de Pitágoras y el círculo unitario.

Si la $\text{cot } \theta = 5/3$, calcula:

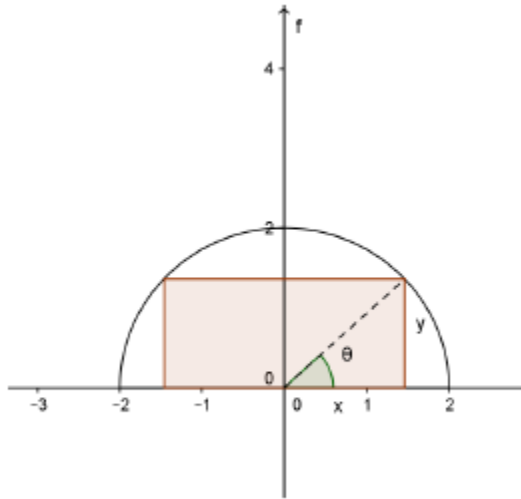
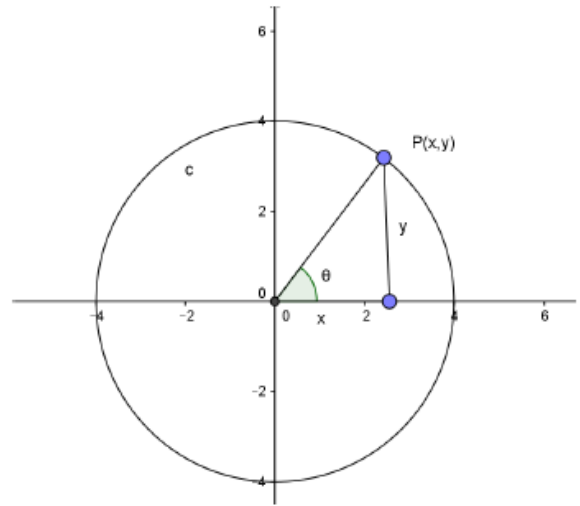
- Los valores de la tangente, seno y coseno.
- Las coordenadas de un punto situado sobre una circunferencia de radio 4.
- La medida del ángulo θ .

Usa tu calculadora para comprobar las identidades siguientes: $\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$, $\text{tan } \theta = \text{sen } \theta / \text{cos } \theta$ para los siguientes valores de θ :

90° , 50° , 120° , 150° , 210° , 300°

Para consultar. <https://www.slideshare.net/Danielalejandrocelic/aplicacin-de-las-funciones-trigonometricas-en-la-arquitectura>

La ecuación de una circunferencia con centro en el origen, en relación con las coordenadas rectangulares de sus puntos, está dada por la ecuación $x^2+y^2=r^2$. Si queremos, que la ecuación muestre la relación de los puntos, con el ángulo θ que forma el radio con el lado positivo del eje x , ¿Cómo quedaría expresada dicha ecuación? Auxíliese con la figura mostrada.



Un rectángulo se haya inscrito en un semicírculo de radio 2. Observe la figura.

- Determine la expresión del área del rectángulo en función del ángulo θ , siendo este un ángulo entre 0 y 90 grados.
- Calcule el área del rectángulo para $\theta = 20, 40, 60$ y 80 grados.

La parte más baja de una rueda de la fortuna está a dos metros de altura del suelo. El diámetro de la rueda es de 20 metros. Las sillas están igualmente espaciadas y sujetas a un eje sobre la circunferencia de la rueda y por un soporte recto de acero al centro de la rueda. Cada silla, queda metro y medio por debajo de dicho eje. Considere el origen del sistema de coordenadas en el centro de la rueda.

Determine:

- a) Las coordenadas que denotan la posición de los ejes que sujetan las sillas.
- b) Los ángulos que forman los soportes de los ejes de cada silla, si estos se encuentran soldados al centro de la rueda.
- c) La expresión algebraica para calcular la altura de cualquiera de las sillas de acuerdo con el ángulo que forma su soporte con el lado positivo del eje horizontal.
- d) El valor del ángulo que forma el soporte cuando la silla está a 10 metros de altura.
- e) La altura de la silla, cuando su soporte forma un ángulo de 75 grados con la horizontal.

Identidades trigonométricas y su uso para simplificar ecuaciones trigonométricas

Transformar la expresión:

$$\frac{\sec \theta - \csc \theta}{\sec \theta \csc \theta} = \sec \theta - \csc \theta$$

$$\sec \theta \csc \theta - \cos^2 \theta = \frac{1}{2}$$

Escribe paso por paso la siguiente comprobación trigonométrica:

$$\sec x = \frac{\cos x}{\cot x}$$

Escribe paso por paso la siguiente comprobación trigonométrica:

$$\sec A + \cos A \cot A = \csc A$$

Desarrolla las siguientes identidades trigonométricas para su comprobación:

$$\frac{\csc \beta}{\tan \beta + \cot \beta} = \cos \beta$$

$$\sec x (1 + \cot x) = \sec x + \cos x$$

$$(1 + \tan^2 \beta) \cos \beta = \sec \beta$$

Analiza el video de YouTube del enlace <https://www.youtube.com/watch?v=1UIxKAEo30k>

Relaciones para la ley de senos

LEY DE SENOS

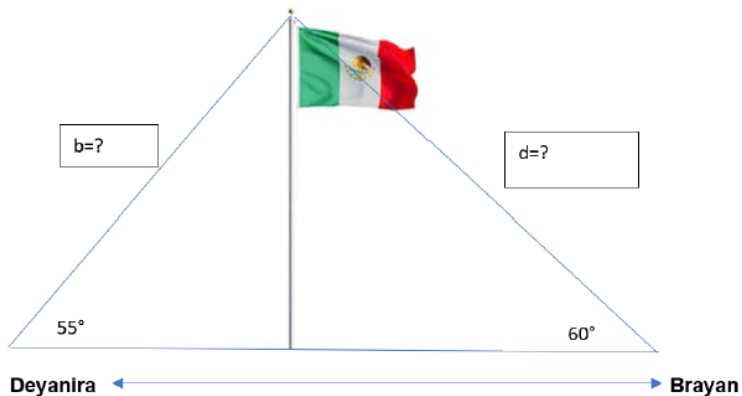
$$\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$$

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

Cuando podemos aplicar la ley de senos:

1. Cuando se conoce un lado y dos ángulos.
2. Cuando se conoce dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

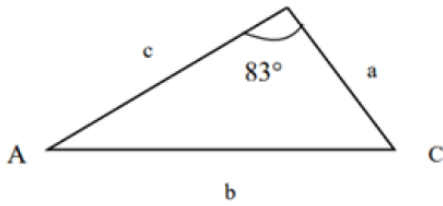
Brayan y Deyanira se encuentran separados una distancia de 5 metros uno del otro, en el zócalo de la ciudad, ambos con la ayuda del goniómetro miden el ángulo de elevación al punto más alto de la asta bandera. El ángulo medido por Brayan fue aproximadamente de 60° y el medido por Deyanira de 55° aproximadamente. ¿Qué distancia existe desde el punto más alto de la asta bandera al punto donde se efectuó cada medición del ángulo de elevación?



Encuentra los valores faltantes a cada triángulo



$$\begin{aligned} c &= ? \quad C = 30^\circ \\ a &= 10\text{m} \quad A = ? \\ b &= 7\text{m} \quad B = ? \end{aligned}$$



$$a = 8 \quad A = ?$$

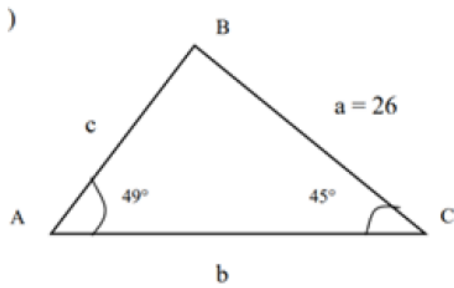
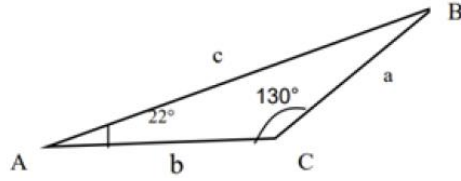
$$b = 11.29 \quad B = 83^\circ$$

$$c = ? \quad C = ?$$

$$a = ? \quad A = 22^\circ$$

$$b = ? \quad B = ?$$

$$c = 80 \quad C = 130^\circ$$



$$a = 26 \quad A = 49^\circ$$

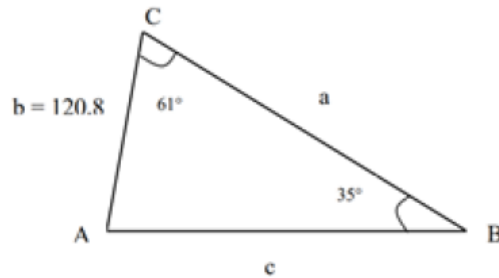
$$c = ? \quad C = 45^\circ$$

$$b = ? \quad B = ?$$

$$a = ? \quad A = ?$$

$$b = 120.8 \quad B = 35^\circ$$

$$c = ? \quad C = 61^\circ$$



Dibuja el triángulo con los datos proporcionados y resuelve lo que se te pide.

$$a = 68.7 \quad A = ?$$

$$b = 45 \quad B = 38^\circ 57'$$

$$c = ? \quad C = ?$$

$$a = ? \quad A = 26^\circ$$

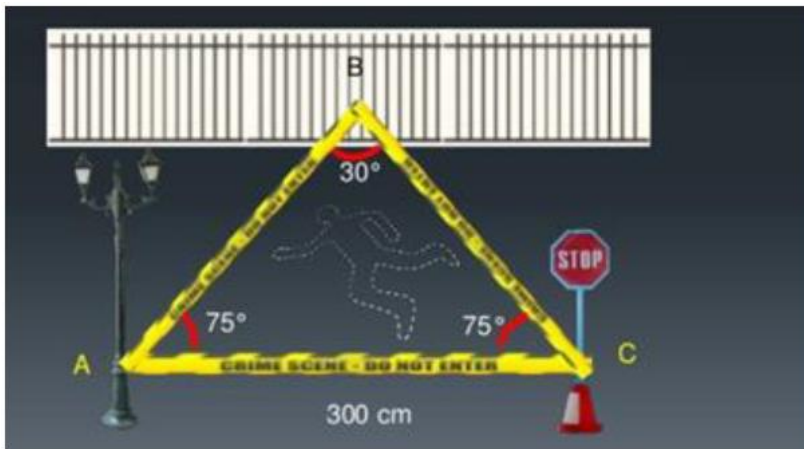
$$b = ? \quad B = ?$$

$$c = 18 \quad C = 106^\circ$$

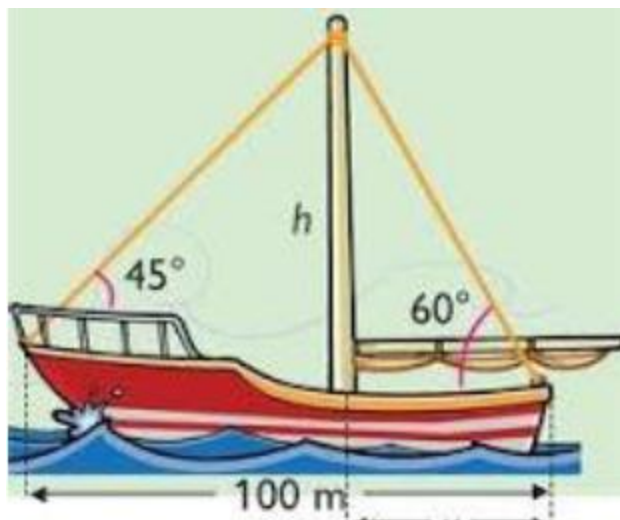
$$a = ? \quad A = ?$$

$$b = 40 \quad B = 41^\circ$$

$$c = ? \quad C = 120^\circ$$



En CSI están investigando un crimen de un asesinato como se muestra en la figura, ¿Cuántos metros de cinta se requiere para cercar la escena del crimen?



¿Cuántos metros de cuerda se necesitan para amarrar el mástil de proa a popa?, como se muestra en la figura.

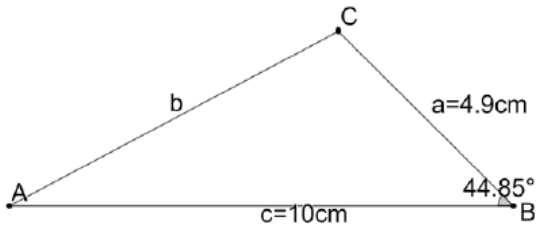
Resuelve los siguientes problemas

Juan y Edgar se encuentran entrenando futbol soccer, ambos se encuentran separados una distancia entre si de 8.5 metros, el ángulo de tiro de Juan hacia el centro de la portería es de 58° y el de Edgar hacia el mismo punto es de 55° , si ambos golpean un balón hacia el centro de la portería. ¿Qué distancia recorrerá el balón que golpee Juan? ¿Qué distancia recorrerá el balón golpeado por Edgar?

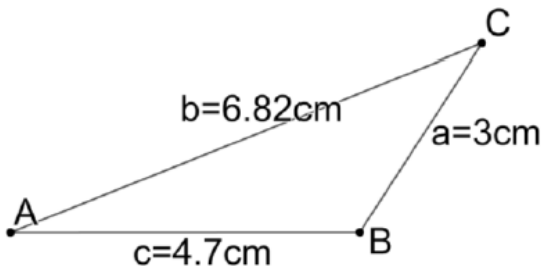
Para encontrar el ancho de un río, un topógrafo establece dos puntos P y Q separados 50 metros en una de las orillas del río; posteriormente elige un punto R en la orilla opuesta y determina la medida del ángulo QPR como 78° y la medida del ángulo RQP como 62° . Determina el ancho del río.

Relaciones para la ley de cosenos

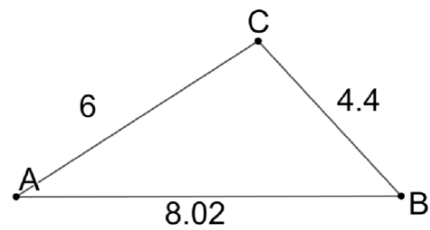
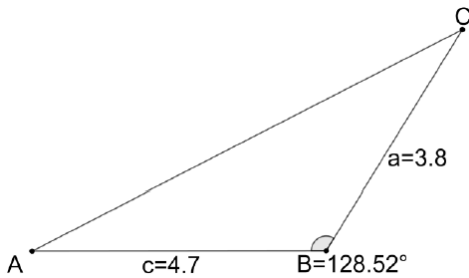
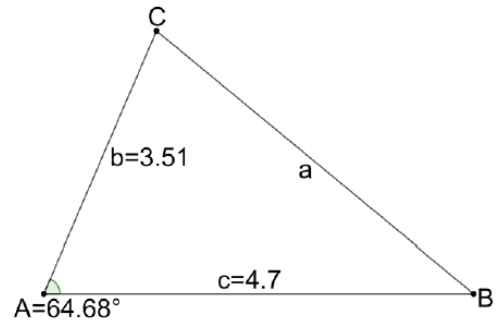
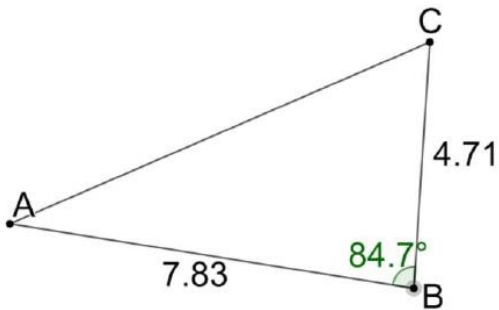
Encuentra la medida del lado faltante del siguiente triángulo:

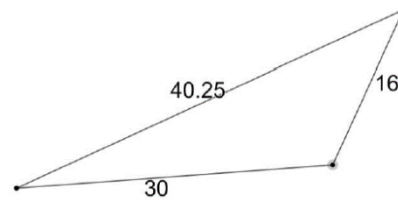
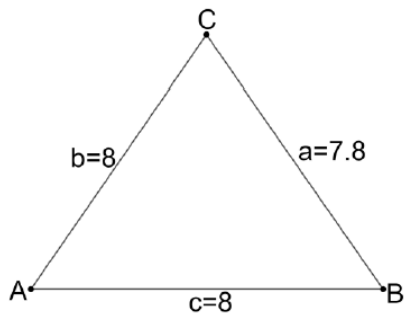


Encuentra la medida del ángulo C siguiente triángulo:

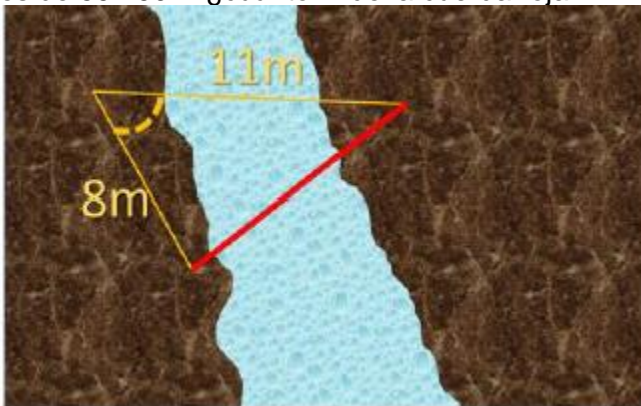


En los siguientes triángulos encuentra los valores del faltantes:

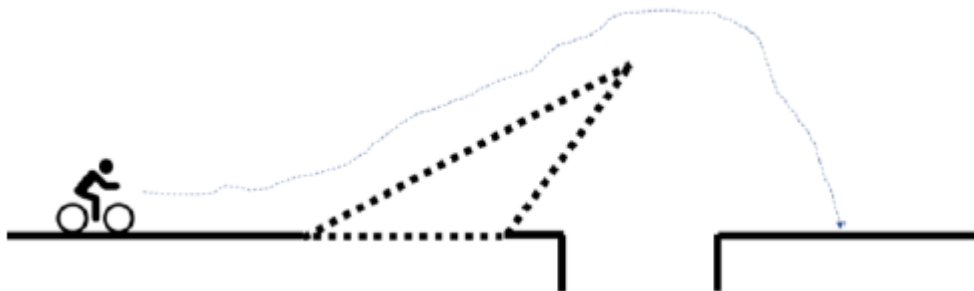




Con el objetivo de cruzar un río caudaloso, el equipo de rescate del bosque Miller ha decidido utilizar la trigonometría para usar la cuerda de rescate (roja) apoyándose de las cuerdas de soporte (amarillas) y cruzar personas. Se conoce que la medida de las cuerdas amarillas de 11m y 8m y la medida del ángulo que forman es de 59.1907° ¿cuánto mide la cuerda roja?



El siguiente diagrama representa el salto que el deportista Irving Acosta desea realizar sobre una rampa para cruzar un abismo. Se conoce la medida de los tres postes de la rampa a construir, las medidas son: 5m, 6m y 9m. Calcula los tres ángulos internos de la rampa:

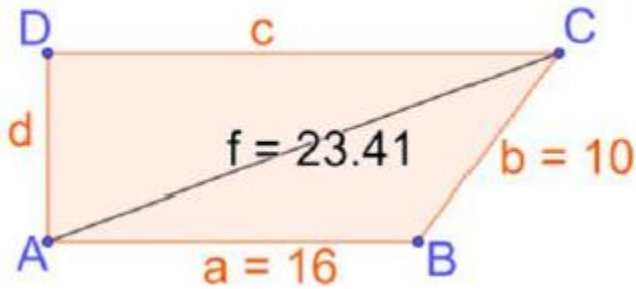


Se sabe que la pirámide de Giza tiene las siguientes dimensiones: aristas 230m y el ángulo que forman en la punta es de 73.7398° . Con ayuda de la ley de cosenos, calcula la medida de la base de la pirámide.

Encuentra la medida de todos los ángulos internos de un triángulo que tiene sus lados con las siguientes medidas: 8cm, 19cm y 7cm.

Miguel González posee vigas metálicas de 2m, 3m y 1.16m y desea construir un triángulo sin doblar ni recortar ninguna viga ¿cuáles serán las medidas de los tres ángulos de la figura?

Se desea conocer la medida del ángulo B de la siguiente figura ¿cuál es su medida?

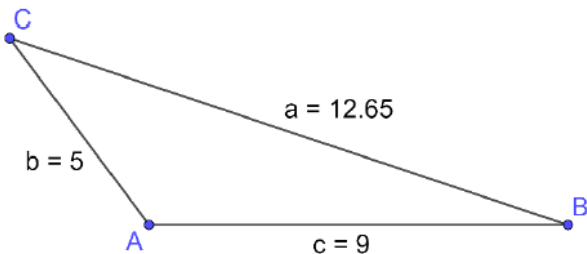


Un aeroplano vuela a 170 km/s hacia el noreste, en una dirección que forma un ángulo de 52° con la dirección este. El viento está soplando a 30 km/h en la dirección noroeste, formando un ángulo de 20° con la dirección norte. ¿Cuál es la “velocidad con respecto a tierra” real del aeroplano y cuál es el ángulo A entre la ruta real del aeroplano y la dirección este?

Dos ciclistas viajan parejos por un sendero recto a 40 km/hora. El ciclista A, toma una desviación hacia la izquierda, que forma un ángulo de 30 grados con el sendero. El ciclista B, 5 minutos después, toma otra desviación hacia la derecha, la cual forma un ángulo de 10 grados con el sendero. Calcula: La distancia que separa a los dos ciclistas 10 minutos después de que el ciclista A toma la desviación. Si ambos ciclistas acuerdan regresar al sendero 3 kilómetros delante de la primera desviación, que distancia deben de recorrer si empiezan a regresar (en línea recta) 10 minutos después de que el ciclista A toma la desviación.

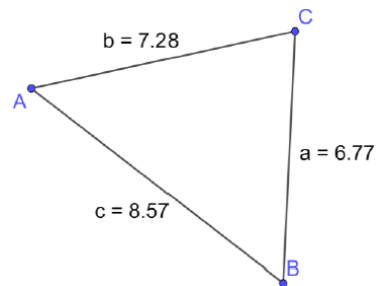
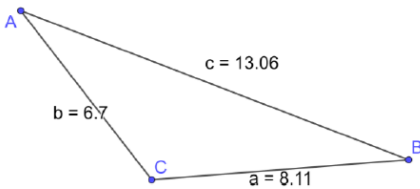
¿Cuál es el ángulo que forman las trayectorias de regreso con el sendero?
 ¿Con cuántos minutos de diferencia llegan los ciclistas al sendero?

Cálculo del área de un triángulo conociendo sus tres lados por la fórmula de Herón



Encuentra el área del siguiente triángulo escaleno considerando las medidas en cm:

Utiliza la fórmula de Herón para obtener el área de los siguientes triángulos:



Calcula el área de un triángulo escaleno que tiene las medidas de los lados como: 11cm, 6cm y 9cm.

¿Cuál es el área de un triángulo si sus lados miden 8,5 cm, 6,77 cm y 5,84 cm?